Adaptív lépéshossz

Kormányos Andor

Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

2022. február 28.

Eddig a h lépéshosszt rögzítettnek vettük

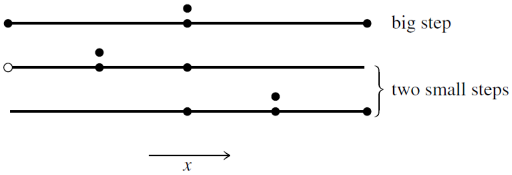
A mozgásegyenletekre általában igaz az, hogy:

- a megoldás van, ahol gyorsan változik, van ahol lassan
- ahol lassan változik, ott léphetnénk nagyobbat
- valahogyan meg kell becsülni, hogy h megváltoztatásával mekkora hibát vétünk
- ha kellően kicsit, akkor megéri h-t növelni

Adaptív lépéshossz-változtatás

Végezzük el az előbbi RK4 lépést

- egyetlen lépésben
- két fél lépésben



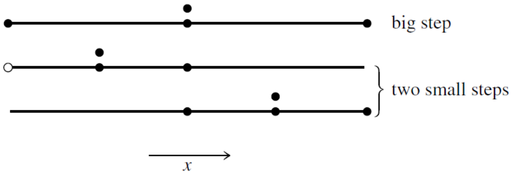
Hasonlítsuk össze a megoldásokat $x_n + 2h$ helyen!

- y_1: eredmény egy $2h$ lépés használatával
- y_2: eredmény 2 db h lépés használatával

Adaptív lépéshossz-változtatás

Végezzük el az előbbi RK4 lépést

- egyetlen lépésben
- két fél lépésben



Hasonlítsuk össze a megoldásokat $x_n + 2h$ helyen!

- y_1: eredmény egy $2h$ lépés használatával
- y_2: eredmény 2 db h lépés használatával

Tekintsük a végeredmények különbségét:

$$\Delta = y_2 - y_1$$

- több koordináta esetén az $\mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_1$ vektor maximális értéke lesz Δ

Az optimális lépéshossz kiválasztása

Elképzelés:

- megadjuk, hogy Δ legfeljebb mekkora lehet: Δ_0
- ennek megfelelően választunk h-t

Az optimális lépéshossz kiválasztása

Elképzelés:

- megadjuk, hogy Δ legfeljebb mekkora lehet: Δ_0
- ennek megfelelően választunk h-t

A negyedrendű Runge–Kutta-módszer hibája $O(h^5)$

- h_1 nagyságú lépést téve a hiba Δ_1
- mekkora legyen h_0, hogy a hiba Δ_0 legyen?

Becslés:

$$h_0 = h_1 \left| \frac{\Delta_0}{\Delta_1} \right|^{\frac{1}{5}}$$

- h_1-et az előző lépésből vesszük
- Δ_1-et számoljuk, Δ_0 adott

Hogyan használhatjuk?

- ha $\Delta_1 > \Delta_0$: $\Rightarrow$ mennyivel kell csökkenteni h_1-t, hogy megismételve a **jelenlegi** lépést elérjük a kívánt pontosságot
- ha $\Delta_1 < \Delta_0$: $\Rightarrow$ mennyivel növelhetjuk h-t a **következő** lépés számolásában

Hogyan használhatjuk?

- ha $\Delta_1 > \Delta_0$: $\Rightarrow$ mennyivel kell csökkenteni h_1-t, hogy megismételve a **jelenlegi** lépést elérjük a kívánt pontosságot
- ha $\Delta_1 < \Delta_0$: $\Rightarrow$ mennyivel növelhetjuk h-t a **következő** lépés számolásában

A két fél-lépés miatt több függvénykiértékelés szükséges. Megéri-e a módszer?

Általában igen.

Az adaptív lépéshossz előnye és hátránya

Előnye

- nem kell előre megbecsülni a lépéshosszt, azt a módszer automatikusan meghatározza
- a megoldás lapos szakaszain nagyon gyorsan halad

Hátránya

- nem becsülhető előre a futásidő
- ha a megoldás végig gyorsan változó, nagyon belassul