

Adaptív lépéshossz

Kormányos Andor

Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

2023. március 9.

Eddig a h lépéshosszt rögzítettnek vettük

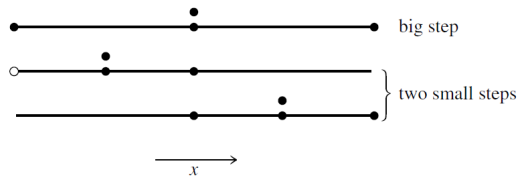
A mozgásegyenletekre általában igaz az, hogy:

- a megoldás van, ahol gyorsan változik, van ahol lassan
- ahol lassan változik, ott léphetnénk nagyobbat
- valahogyan meg kell becsülni, hogy h megváltoztatásával mekkora hibát vétünk
- ha a hiba kellően kicsi, akkor érdemes h -t növelni, hogy gyorsabb legyen a mozgásegyenletek integrálása

Adaptív lépéshossz-változtatás

Végezzük el az előbbi RK4 lépést

- egyetlen lépésben
- két fél lépésben



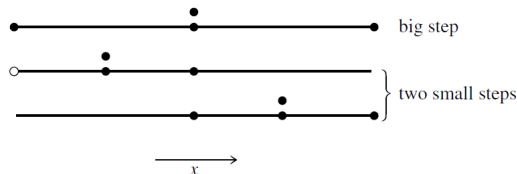
Hasonlítsuk össze a megoldásokat $x_n + 2h$ helyen!

- y_1 : eredmény egy $2h$ lépés használatával
- y_2 : eredmény 2 db h lépés használatával

Adaptív lépéshossz-változtatás

Végezzük el az előbbi RK4 lépést

- egyetlen lépésben
- két fél lépésben



Hasonlítsuk össze a megoldásokat $x_n + 2h$ helyen!

- y_1 : eredmény egy $2h$ lépés használatával
- y_2 : eredmény 2 db h lépés használatával

Tekintsük a végeredmények különbségét:

$$\Delta = y_2 - y_1$$

- több koordináta esetén az $y_2 - y_1$ vektor maximális értéke lesz Δ

Elképzelés:

- megadjuk, hogy Δ legfeljebb mekkora lehet: Δ_0
- ennek megfelelően választunk h -t

Elképzelés:

- megadjuk, hogy Δ legfeljebb mekkora lehet: Δ_0
- ennek megfelelően választunk h -t

A negyedrendű Runge–Kutta-módszer hibája $O(h^5)$

- h_1 nagyságú lépést téve a hiba Δ_1
- mekkora legyen h_0 , hogy a hiba legfeljebb Δ_0 legyen?

Becslés:

$$h_0 = h_1 \left| \frac{\Delta_0}{\Delta_1} \right|^{\frac{1}{5}}$$

- h_1 -et az előző lépésből vesszük
- Δ_1 -et számoljuk, Δ_0 adott

Hogyan használhatjuk?

- ha $\Delta_1 > \Delta_0$: \Rightarrow mennyivel kell csökkenteni h_1 -t, hogy megismételve a **jelenlegi** lépést elérjük a kívánt pontosságot
- ha $\Delta_1 < \Delta_0$: \Rightarrow mennyivel növelhetjük h -t a **következő** lépés számolásában

Hogyan használhatjuk?

- ha $\Delta_1 > \Delta_0$: \Rightarrow mennyivel kell csökkenteni h_1 -t, hogy megismételve a **jelenlegi** lépést elérjük a kívánt pontosságot
- ha $\Delta_1 < \Delta_0$: \Rightarrow mennyivel növelhetjük h -t a **következő** lépés számolásában

- a Δ_1 kiszámolása miatt több függvénykiértékelés szükséges
- több függvénykiértékelés \Rightarrow több idő. Megéri-e a módszer?
- tapasztalat: általában igen

Előnye

- nem kell előre megbecsülni a lépéshosszt, azt a módszer automatikusan meghatározza
- a megoldás lapos szakaszain nagyon gyorsan halad

Hátránya

- nem becsülhető előre a futásidő
- ha a megoldás végig gyorsan változó, nagyon belassul