

Ising modell: bevezetés

Kormányos Andor

Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

2022 november 29.

- eredetileg a ferromágneses anyagok leírásának egyszerű modelljeként vezették be
- ezek állandó mágnesezettséggel rendelkeznek
- de ha növeljük a külső hőmérsékletet, a minta mágnesezettsége csökken és a T_c Curie hőmérséklet felett eltűnik → **fázisátalakulás**

Általánosabban:

- az Ising modell segítségével sok mindent meg lehet érteni a fázisátalakulásokkal kapcsolatban
- sőt, újabban a kvantumozás számítás-technika egyes eljárásai is ezen alapulnak (pl. adiabatic quantum computing)

Az Ising modell legegyszerűbb változata az egydimenziós Ising lánc:

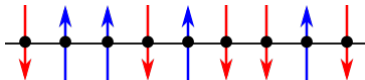


Figure: Ising lánc. Dipól mágneseket rögzítünk egyenlő távolságra egymástól.

- kis dipólmágneseket rögzítünk egyenlő távolságban egy vonal mentén
- ezeket a továbbiakban **spin**-eknek nevezzük
- elmozdulni nem tudnak, legfeljebb az irányuk fordulhat át

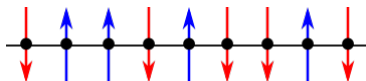


Figure: Ising lánc

Jelölések, konvenciók:

- az i -ik helyen levő spint s_i -vel jelöljük, ami felfelé vagy lefelé mutathat:
 $s_i = \pm 1$
- mivel s_i - két állapotban lehetnek, egy N hosszú lánc lehetséges állapotainak száma 2^N
- az egyes állapotok:

$$|\alpha_j\rangle = |s_1, s_2, \dots, s_N\rangle = \{\pm 1, \pm 1, \dots\}, \quad j = 1, 2, \dots, 2^N$$

- az egyes spinek kölcsönhatnak egymással az ún. dipól-dipól kölcsönhatás által
- az egyes spinek energiája függ az irányuktól:

$$E_i = -J(s_i \cdot s_{i+1}) - g\mu_B(s_i \cdot B_z)$$

- J : kicserélődési energia
 - ha $J > 0$: parallel spin beállítás energiája alacsonyabb \rightarrow mint a ferromágnesekben
 - ha $J < 0$: antiparallel spin beállítás energiája alacsonyabb \rightarrow mint az antiferromágnesekben
- B_z : külső mágneses tér, g , μ_B konstansok

- az egyes spinek kölcsönhatnak egymással az ún. dipól-dipól kölcsönhatás által
- az egyes spinek energiája függ az irányuktól:

$$E_i = -J(s_i \cdot s_{i+1}) - g\mu_B(s_i \cdot B_z)$$

- J : kicserélődési energia
 - ha $J > 0$: parallel spin beállítás energiája alacsonyabb \rightarrow mint a ferromágnesekben
 - ha $J < 0$: antiparallel spin beállítás energiája alacsonyabb \rightarrow mint az antiferromágnesekben
- B_z : külső mágneses tér, g , μ_B konstansok

Teljes energia egy $|\alpha_j\rangle$ állapotban:

$$E_{\alpha_j} = -J \sum_{i=1}^{N-1} s_i s_{i+1} |_{\alpha_j} - g\mu_B B_z \sum_{i=1}^N s_i |_{\alpha_j}$$

Általánosítási lehetőség:

- távolabbi szomszédok közötti kölcsönhatás
- kétdimenziós, háromdimenziós rendszer

Általánosítási lehetőség:

- távolabbi szomszédok közötti kölcsönhatás
- kétdimenziós, háromdimenziós rendszer

Pl 2D Ising rács:

- a spinek egy $N = L \times L$ rács pontjaiban ülnek
- legegyszerűbb eset: most is csak a legközelebbi szomszédok hatnak kölcsön
- adott $|\alpha_j\rangle$ állapot energiája:

$$E_{\alpha_j} = -J \sum_{\langle i,k \rangle} s_i s_k |_{\alpha_j} - g \mu_B B_z \sum_{i=1}^N s_i |_{\alpha_j}$$

- $\langle i, k \rangle$: összegzés legközelebbi szomszédokra