

Egyszerű példa függvényextrémum keresésre

Kormányos Andor

Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

2022. november 2.

Minimum bekeretezése egy dimenzióban

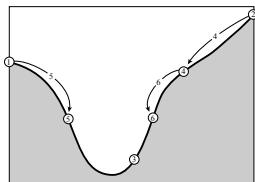
Egyszerű példa: egyváltozós $f(x)$ függvény minimumkeresése:

- ha $a < b < c$, továbbá $f(b) < f(a)$, $f(b) < f(c)$ és a függvény folytonos
- akkor a függvénynek *lokális minimuma* van a és c között
- a minimum bekeretezéséhez tehát három pontot kell használni

Minimum iteratív keresése egy dimenzióban

Kiindulás:

- bekereteztük a minimumot az a , b és c számokkal



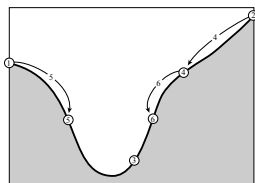
1

¹ábra: Numerical Recipes

Minimum iteratív keresése egy dimenzióban

Kiindulás:

- bekereteztük a minimumot az a , b és c számokkal



1

Iterációs lépés:

- választunk egy új x pontot az $[a, c]$ intervallumon belül, pl.
 $b < x < c$
- ha $f(x) < f(b)$, akkor az új bekeretező pontháromas (b, x, c)
- ha $f(x) > f(b)$, akkor az új bekeretező pontháromas (a, b, x)
- addig folytatjuk, míg a két szélső pont közötti távolság elég kicsi nem lesz

¹ábra: Numerical Recipies

Deriváltat is használó módszer egy dimenzióban

Ha nem csak az $f(x)$ függvény, de a deriváltja is ismert:

- ha a derivált gyorsan számolható
- a minimumot itt is a , b és c pontok keretezik: $f(b) < f(a)$ és $f(b) < f(c)$
- kiszámoljuk $f'(b)$ -t, az előjele megadja, hogy merre lépünk
- többváltozós esetre is kidolgozható hasonló módszer
- néhány változós függvények esetén a deriváltat használó módszerek konvergenciája sokkal gyorsabb lehet, mint a csak függvénykiértékelést használók konvergenciája

Deriváltat is használó módszer egy dimenzióban

Ha nem csak az $f(x)$ függvény, de a deriváltja is ismert:

- ha a derivált gyorsan számolható
- a minimumot itt is a , b és c pontok keretezik: $f(b) < f(a)$ és $f(b) < f(c)$
- kiszámoljuk $f'(b)$ -t, az előjele megadja, hogy merre lépünk
- többváltozós esetre is kidolgozható hasonló módszer
- néhány változós függvények esetén a deriváltat használó módszerek konvergenciája sokkal gyorsabb lehet, mint a csak függvénykiértékelést használók konvergenciája

Másik lehetőség:

- keressük a derivált zérushelyeit valamely gyökkereső módszerrel (pl. Newton-Ralphson)
- minden lépésben ki kell értékelni $f(x)$ -t is, hogy meg tudjuk mondani, maximum vagy minimum felé megyünk