

# Adaptív lépéshossz

Kormányos Andor

Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

2020 október 12.

Eddig a  $h$  lépéshosszt rögzítettnek vettük

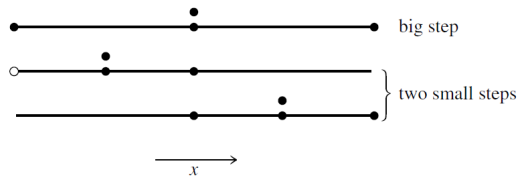
A mozgásegyenletekre általában igaz az, hogy:

- a megoldás van, ahol gyorsan változik, van ahol lassan
- ahol lassan változik, ott léphetnénk nagyobbat
- valahogyan meg kell becsülni, hogy  $h$  megváltoztatásával mekkora hibát vétünk
- ha kellően kicsit, akkor megéri  $h$ -t növelni

# Adaptív lépéshossz-változtatás

Végezzük el az előbbi RK4 lépést

- egyetlen lépésben
- két fél lépésben



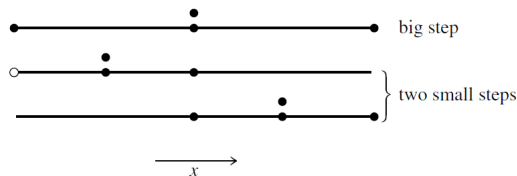
Hasonlítsuk össze a megoldásokat  $x_n + 2h$  helyen!

- $y_1$ : eredmény egy  $2h$  lépés használatával
- $y_2$ : eredmény 2 db  $h$  lépés használatával

# Adaptív lépéshossz-változtatás

Végezzük el az előbbi RK4 lépést

- egyetlen lépésben
- két fél lépésben



Hasonlítsuk össze a megoldásokat  $x_n + 2h$  helyen!

- $y_1$ : eredmény egy  $2h$  lépés használatával
- $y_2$ : eredmény 2 db  $h$  lépés használatával

Tekintsük a végeredmények különbségét:

$$\Delta = y_2 - y_1$$

- több koordináta esetén az  $y_2 - y_1$  vektor maximális értéke lesz  $\Delta$

## Elképzelés:

- megadjuk, hogy  $\Delta$  legfeljebb mekkora lehet:  $\Delta_0$
- ennek megfelelően választunk  $h$ -t

## Elképzelés:

- megadjuk, hogy  $\Delta$  legfeljebb mekkora lehet:  $\Delta_0$
- ennek megfelelően választunk  $h$ -t

A negyedrendű Runge–Kutta-módszer hibája  $O(h^5)$

- $h_1$  nagyságú lépést téve a hiba  $\Delta_1$
- mekkora legyen  $h_0$ , hogy a hiba  $\Delta_0$  legyen?

Becslés:

$$h_0 = h_1 \left| \frac{\Delta_0}{\Delta_1} \right|^{\frac{1}{5}}$$

- $h_1$ -et az előző lépésből vesszük
- $\Delta_1$ -et számoljuk,  $\Delta_0$  adott

Hogyan használhatjuk?

- ha  $\Delta_1 > \Delta_0$  :  $\Rightarrow$  mennyivel kell csökkenteni  $h_1$ -t, hogy megismételve a **jelenlegi** lépést elérjük a kívánt pontosságot
- ha  $\Delta_1 < \Delta_0$  :  $\Rightarrow$  mennyivel növelhetjük  $h$ -t a **következő** lépés számolásában

Hogyan használhatjuk?

- ha  $\Delta_1 > \Delta_0$  :  $\Rightarrow$  mennyivel kell csökkenteni  $h_1$ -t, hogy megismételve a **jelenlegi** lépést elérjük a kívánt pontosságot
- ha  $\Delta_1 < \Delta_0$  :  $\Rightarrow$  mennyivel növelhetjük  $h$ -t a **következő** lépés számolásában

A két fél-lépés miatt több függvénykiértékelés szükséges. Megéri-e a módszer?

Általában igen.



## Előnye

- nem kell előre megbecsülni a lépéshosszt, azt a módszer automatikusan meghatározza
- a megoldás lapos szakaszain nagyon gyorsan halad

## Hátránya

- nem becsülhető előre a futásidő
- ha a megoldás végig gyorsan változó, nagyon belassul